

Doporučený termín odevzdání: 14. prosince 2021 23:59

Finální termín odevzdání: 21. prosince 2021 23:59

Bipartitní podgraf `bipg` (7 bodů)

Dokažte, že každý graf s m hranami obsahuje bipartitní podgraf s alespoň $\frac{m}{2}$ hranami.

Doplňěk bipartitního grafu `bico` (5 bodů)

Existuje bipartitní graf na alespoň 5 vrcholech, jehož doplněk je také bipartitní?

Doplňěk kružnice `dokr` (5 bodů)

Pro která n platí $C_n \cong \overline{C_n}$, tedy že kružnice na n vrcholech je isomorfní se svým doplňkem?

Nezávislá množina a vrcholové pokrytí `isvc` (5 bodů)

Dokažte, že pro každý graf G platí, že $U \subseteq V(G)$ je nezávislá množina právě tehdy, když $V(G) \setminus U$ (doplňěk U) je vrcholové pokrytí. Množina $C \subseteq V(G)$ je vrcholové pokrytí grafu G pokud pro každou hranu $\{u, v\} \in E(G)$ platí, že $u \in C$ nebo $v \in C$. Množina $U \subseteq V(G)$ je nezávislá množina, pokud žádné dva její vrcholy nejsou spojeny hranou.

Minimální stupeň a kružnice `kdelta` (7 bodů)

Označme si nejmenší stupeň v grafu jako δ . Předpokládejme $\delta \geq 2$. Dokažte, že potom v grafu existuje kružnice délky alespoň $\delta + 1$.

Disjunktní nejdelší cesty `nej` (5 bodů)

Dokažte, že každé dvě nejdelší cesty v souvislém grafu mají společný vrchol.

Souvislost a trhání vrcholů `trh` (4 body)

Dokažte, že každý souvislý graf G na alespoň třech vrcholech obsahuje dva vrcholy u a v takové, že všechny tři grafy $G \setminus \{u\}$, $G \setminus \{v\}$ a $G \setminus \{u, v\}$ jsou souvislé.

Kostry a hrana `ekost` (6 bodů)

Necht' T a \tilde{T} jsou dvě různé kostry grafu G . Dokažte, že potom pro každou $e \in T \setminus \tilde{T}$ existuje $\tilde{e} \in \tilde{T} \setminus T$ taková, že $T - e + \tilde{e}$ je také kostra.

Graf s daným počtem koster `nkost` (7 bodů)

Sestrojte pro každé $n \geq 3$ graf, který má právě n koster. Dokažte, proč graf mající právě 2 kostry neexistuje.