

Matematická indukce

Fibonacciho čísla

Dokažte pro každé kladné celé n

$$F_n \leq \varphi^{n-1},$$

kde

$$\varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}.$$

Vážené mocniny dvojky

Uhodněte nebo odvod'te vzoreček pro

$$\sum_{i=0}^n i2^i$$

a dokažte jeho správnost indukci.

Alternativní indukce

Chceme dokázat $(\forall n \in \mathbb{N})A(n)$. Který z následujících způsobů **není** korektní?

1. Dokážeme $A(0)$, $A(1)$ a pro každé n dokážeme tvrzení $A(n) \Rightarrow A(n+2)$.
2. Dokážeme, že $A(n)$ platí pro nekonečně mnoho různých n , a také dokážeme, že pro každé n platí $A(n) \Rightarrow A(n-1)$.
3. Dokážeme, že $A(n)$ platí pro nekonečně mnoho různých n , a také dokážeme, že pro každé n platí $A(n) \Rightarrow A(n+1)$.
4. Dokážeme $A(0)$ a pro každé $n \in \mathbb{N}$ dokážeme $A(\lfloor n/2 \rfloor) \Rightarrow A(n)$.

Přímky

Nakresleme n přímek v rovině tak, že žádné 2 nejsou rovnoběžné a žádné 3 se neprotínají v jednom bodě. Dokažte, že rovina je tím rozdělena na přesně $\frac{n(n+1)}{2} + 1$ částí.

Relace

Relace podobojí

Najděte relaci na $\{1, 2, 3, 4\}$, která je současně symetrická i antisymetrická.

Relace podžádnou

Najděte relaci na $\{1, 2, 3, 4\}$, která není ani symetrická, ani antisymetrická.

Skládání relací

Jak vypadá relace $R \circ R$, označuje-li R :

1. relaci rovnosti na množině \mathbb{N} ,
2. relaci \leq na \mathbb{N} ,
3. relaci $<$ na \mathbb{N} ,
4. relaci $<$ na \mathbb{R} .

Transitivita a skládání

Dokažte, že relace R na množině X je transitivní, právě když $R \circ R \subseteq R$.